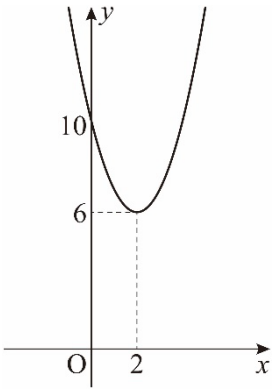
数学　解答一覧と配点

大問	小問	配点	解答例
1 25 点	問１	5	$\dfrac{1}{x}=\dfrac{2}{3-\sqrt{5}}=\dfrac{2\left(3+\sqrt{5}\right)}{\left(3-\sqrt{5}\right)\left(3+\sqrt{5}\right)}=\dfrac{2\left(3+\sqrt{5}\right)}{9-5}=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$ $x+\dfrac{1}{x}=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}+\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}=3$　」2 点 $x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2-2\cdot x\cdot\dfrac{1}{x}=3^2-2=7$　」3 点
	問２	5	$\begin{cases}\lvert 2x-1\rvert<7 & \cdots\cdots① \\ x(x+1)<12 & \cdots\cdots②\end{cases}$ ①より，$-7<2x-1<7$　　$-6<2x<8$　　$-3<x<4$　……①′　」2 点 ②より，$x^2+x-12<0$　　$(x+4)(x-3)<0$　　$-4<x<3$　……②′　」2 点 ①′，②′の共通範囲を求めると，$-3<x<3$　」1 点
	問３	5	$\overline{p}$ ：ab は 4 の倍数である $\overline{q}$ ：a，b はともに偶数である a，b がともに偶数のとき，$a=2m$，$b=2n$ (m，n は整数)と表される。このとき，$ab=2m\cdot 2n=4mn$ となるから，ab は 4 の倍数である。 よって，$\overline{q}\implies\overline{p}$ は真であるから，その対偶である $p\implies q$ も真である。 」5 点
	問４	5	余弦定理により，$\cos B=\dfrac{3^2+5^2-\left(\sqrt{10}\right)^2}{2\cdot 3\cdot 5}=\dfrac{24}{30}=\dfrac{4}{5}$ $\sin B>0$ であるから，$\sin B=\sqrt{1-\cos^2 B}=\sqrt{1-\left(\dfrac{4}{5}\right)^2}=\dfrac{3}{5}$　」2 点 △ABC の外接円の半径を R とすると，正弦定理により， $2R=\dfrac{\mathrm{CA}}{\sin B}$　　$R=\dfrac{\sqrt{10}}{2}\cdot\dfrac{5}{3}=\dfrac{5\sqrt{10}}{6}$　」3 点
	問５	5	得点から平均値を引いた値 (偏差) は次のようになる。 ただし，$x-7=a$，$y-7=b$ とする。 生徒：1　2　3　4　5　6　7　8　9　10 偏差：-3　0　2　0　1　-2　3　0　a　b 偏差の和が 0 であるから，$1+a+b=0$　　$b=-a-1$　……① (偏差)^2 の平均値が 3.2 であるから， $(-3)^2+2^2+1^2+(-2)^2+3^2+a^2+b^2=3.2\times 10$ $a^2+b^2=5$　……②　」2 点 ①を②に代入して， $a^2+(a+1)^2=5$　　$a^2+a-2=0$　　$(a+2)(a-1)=0$　　$a=-2$，1

			①より，$a=-2$ のとき，$b=1$ $a=1$ のとき，$b=-2$ $x<y$ より $a<b$ であるから，$(a,\ b)=(-2,\ 1)$ よって，$(x,\ y)=(5,\ 8)$　」3 点
2 25 点	問１	8	(1)　$f(1)=1-a+2(a+1)=7$ より， $3+a=7$ $a=4$　」3 点 このとき $f(x)=x^2-4x+10$ $=(x-2)^2+6$ よって，$y=f(x)$のグラフは右のようになる。  」5 点
		6	(2)　$y=f(x)$のグラフの頂点(2，6)を x 軸方向に 2，y 軸方向に−3 だけ移動すると，点(4，3)に移る。 また，x 軸に関する対称移動によって点(4，3)は点(4，−3)に移り，x^2 の符号は反対になるから，求めるグラフは x^2 の係数が−1，頂点が(4，−3)の放物線である。その式は， $y=-(x-4)^2-3$　」6 点 すなわち，$y=-x^2+8x-19$　（この形でも可）
	問２	6	$f(x)=\left(x-\frac{a}{2}\right)^2-\frac{a^2}{4}+2a+2$ (ⅰ)　$\frac{a}{2}<1$，すなわち，$a<2$ のとき $x\geqq 1$ において，$f(x)$は $x=1$ で最小となるから， $m=f(1)=a+3$　」3 点 (ⅱ)　$1\leqq\frac{a}{2}$，すなわち，$2\leqq a$ のとき $x\geqq 1$ において，$f(x)$は $x=\frac{a}{2}$ で最小となるから， $m=f\left(\frac{a}{2}\right)=-\frac{a^2}{4}+2a+2$　」3 点 (ⅰ)，(ⅱ)より，　$a<2$ のとき，$m=a+3$ $2\leqq a$ のとき，$m=-\frac{a^2}{4}+2a+2$
	問３	5	$x\geqq 1$ におけるすべての実数 x について $f(x)>0$ となるための条件は，問２で用いた m において，$m>0$ となることである。 ・$a<2$ のとき，$a+3>0$ より，$a>-3$　　よって，$-3<a<2$　」2 点

			・$2 \leqq a$ のとき，$-\dfrac{a^2}{4}+2a+2>0$　　$a^2-8a-8<0$ これを解いて，$4-2\sqrt{6}<a<4+2\sqrt{6}$　　よって，$2 \leqq a<4+2\sqrt{6}$　」2 点 以上により，求める a の値の範囲は， $-3<a<4+2\sqrt{6}$　」1 点
3 25 点	問 1	6	(1)　T の百の位の数を a，十の位の数を b，一の位の数を c とすると， $T=100a+10b+c$ T の各位の数の和が 3 の倍数のとき，$a+b+c=3n$ (n は自然数)とおける。 $c=3n-a-b$ であるから， $T=100a+10b+(3n-a-b)$　」1 点 $=99a+9b+3n$ $=3(33a+3b+n)$ $33a+3b+n$ は整数であるから，T は 3 の倍数である。　」2 点 また，T が 3 の倍数のとき，$T=3m$ (m は自然数)とおける。このとき $a+b+c=T-99a-9b$　」1 点 $=3(m-33a-3b)$ $m-33a-3b$ は整数であるから，$a+b+c$ は 3 の倍数である。　」2 点
		6	(2)　各位の数の和が 3 の倍数になるのは，選んだ 3 枚の数が次の場合である。 (1，2，3)，(1，2，6)，(1，3，5)，(1，5，6)，(2，3，4)，(2，4，6)， (3，4，5)，(4，5，6)　」2 点 よって，3 の倍数の個数は，3!×8＝48(通り)　」4 点
	問 2	6	(1)　起こり得るすべての場合の数は，${}_6C_3=\dfrac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}=20$(通り) A の得点が 4 点のとき，5，6 のカードは B が持っている。残りの 1，2，3 のカードを A に 2 枚，B に 1 枚分ける方法は，${}_3C_2=3$(通り)　」3 点 よって，求める確率は，$\dfrac{3}{20}$　」3 点
		7	(2)　X : A の得点の方が B の得点より高い Y : B が持つカードの中に 1 のカードがある とすると，求める確率は $P_X(Y)$ である。 A の得点の方が B の得点よりも高いとき，A は 6 のカードを持っている。 残りの 5 枚を A に 2 枚，B に 3 枚分けるから，$n(X)={}_5C_2=10$　」2 点 $X \cap Y$ は，A が 6 のカードを持ち，B が 1 のカードを持つ場合である。 $n(X \cap Y)={}_4C_2=6$　」2 点 求める確率は，$P_X(Y)=\dfrac{n(X \cap Y)}{n(X)}=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$　」3 点

4

25 点

問１　5

$f'(x)=-2x^2+8$

$=-2(x+2)(x-2)$

増減表は右のようになる。」3 点

x	…	-2	…	2	…
$f'(x)$	−	0	＋	0	−
$f(x)$	↘	$-\frac{32}{3}$	↗	$\frac{32}{3}$	↘

よって，$f(x)$は $x=-2$ のとき，

極小値$-\frac{32}{3}$をとる。」2 点

問２　5

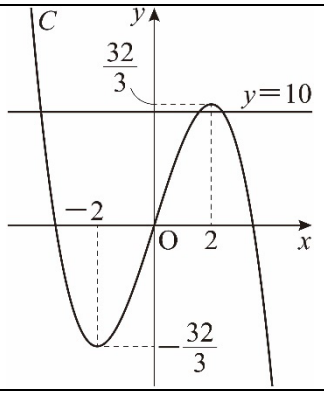
$f(x)=10$ の実数解は，曲線 C と直線 $y=10$ の共有点の x 座標に等しい。

右の図のように，共有点は 3 個ある。

」グラフをかいて（または 3 つの解を求めて）2 点

よって，$f(x)=10$ の異なる実数解について，

正の解は 2 個，負の解は 1 個である。　」3 点



問３

4

(1)　$f(3)=-18+24=6$ であるから，点 A の座標は，(3，6)

直線 OA の方程式は，$y=2x$

$f'(t)=2$ となる t (>0)の値は，

$-2t^2+8=2$　」2 点　　$t^2=3$　　$t>0$ より，$t=\sqrt{3}$

$f(\sqrt{3})=6\sqrt{3}$ であるから，点$(\sqrt{3}$，$f(\sqrt{3}))$は第 1 象限にある。

よって，点 B の x 座標は，$\sqrt{3}$　」2 点

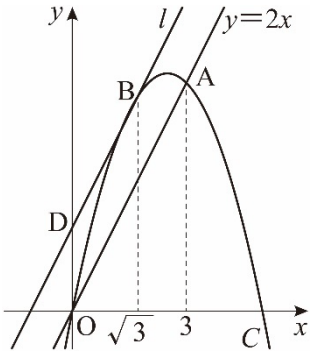
4

(2)　直線 l の方程式は，$y-6\sqrt{3}=2(x-\sqrt{3})$　」4 点

すなわち，$y=2x+4\sqrt{3}$ （この形でも可）

7

(3)　直線 l と y 軸との交点を D とすると，点 D の座標は$(0,\ 4\sqrt{3})$で，右図が得られる。　」2 点



$S_1=\triangle OAB=\triangle OAD$

$=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 3=6\sqrt{3}$　」2 点

$S_2=\int_0^3\left\{\left(-\frac{2}{3}x^3+8x\right)-2x\right\}dx$

$=\int_0^3\left(-\frac{2}{3}x^3+6x\right)dx$

$=\left[-\frac{1}{6}x^4+3x^2\right]_0^3=-\frac{81}{6}+27=\frac{27}{2}$　」2 点

よって，$\frac{S_1}{S_2}=6\sqrt{3}\cdot\frac{2}{27}=\frac{4\sqrt{3}}{9}$　」1 点